XXVII. Erdélyi Magyar Matematikaverseny
Nagyvárad, 2017. február 23 –26.

I. forduló – 11-12. osztály

1. feladat: Oldd meg a valós számok halmazán az $\begin{cases} x+\dfrac{1}{x}=y^2+1 \\ y+\dfrac{1}{y}=z^2+1 \\ z+\dfrac{1}{z}=x^2+1 \end{cases}$ egyenletrendszert!

Bíró Béla, Sepsiszentgyörgy

2. feladat: Igazold, hogy $2\sum_{n=1}^{2017} n\cdot 2^n + 2018\cdot 2^{2018}$ osztható 2017-tel!

Komán Zsombor, Brassó

3. feladat: Szabályos háromszöglapokból és négyzetlapokból *n* oldalú konvex sokszögeket rakunk ki átfedés nélkül.Tudva, hogy a háromszöglapok illetve a négyzetlapok oldalainak hossza nem feltétlenül azonos, határozd meg az n lehetséges értékeit.

Róka Sándor, Nyíregyháza

4. feladat: Adott az $A=\{1,3,5,7,9\ldots,2017\}$ halmaz. Legalább hány elemet kell kiválasztani az A halmaz elemei közül, hogy a kiválasztott elemek között legyen legalább két elem, amelyek hányadosa 7 többszöröse?

Mátéfi István, Marosvásárhely

5. feladat: Adottak az $a,b\in\mathbb{C}$ úgy, hogy $\left|a^k+b^k\right|\le 2$, $\forall k\in\{3,5,7,\ldots,2n+1\}$, $n\in\mathbb{N}^*$ és $|a\cdot b|\le 1$. Igazold, hogy $|a+b|\le 2$.

Dr.Bencze Mihály, Bukarest

6. feladat: Az ABC háromszögben $AB=n+2,\ BC=n+1,\ AC=n$, ahol $n\in\mathrm{N}, n\ge 2$ és $(AD$ szögfelező. Az A csúcson átmenő kör a BC oldalt a D pontban érinti, az AB és AC oldalakat az E illetve F pontokban metszi.

a) Mutasd ki, hogy $EF \parallel BC$
b) Számítsd ki az EF szakasz hosszát!

Róka Sándor, Nyíregyháza